下學葊算書三種

三角法無所用其和較也往歲朱鈞麓給諫以黃赤大距升度差爲題囑余求黃赤道思累日始於無可比例中尋得比例線立正弧三角和較凡六術著圖說以呈給諫給諫謬賞焉復曰由正弧而斜弧其和較當亦可求至平三角之和較愈無不可求曷足成之累年來役役塵網鮮從事於籌筴雖其術漸次粗定而未有成書癸卯夏王子琴逸究三角理數愛是術堅欲付梓余維勾股和較且有以無用置之者何況三角顧三角以八線爲用八線割圓法也至精妙而不可窮者莫如圓理用八線於三角而圓理呈用

八線於三角之和較而圜理愈呈是術雖無所可用或亦極數究理者所不廢歟因勿之阻而弁其緣起於簡端

道光癸卯長至後八日錢塘項名達識

平三角和較術

下學菴算書二

勾股形

有弦有勾股較求兩角

法以弦爲一率。勾股較爲二率。半直角四十五度正弦爲三率。求得四率爲半較角正弦。以半較角與半直角相加爲勾旁角。相減爲股旁角。

有弦有勾股和求兩角

法以弦爲一率。勾股和爲二率。半直角四十五度正弦爲三率。求得四率爲半較角餘弦。如前加減得兩角。

有兩角有勾股較求勾股弦

法以半較角正弦爲一率。半直角正弦爲二率。勾股較爲三率。求得四率卽弦。又以半徑爲一率。半徑角餘切爲二率。勾股較爲三率。求得四率卽勾股和。廼與勾股較相加折半爲股。相減折半爲勾。

有兩角有勾股和求勾股弦

法以半較角餘弦爲一率。半直角正弦爲二率。勾股和爲三率。求得四率卽弦。又以半徑爲一率。半較角正切爲二率。勾股和爲三率。求得四率卽勾股較。如前加減得句股。

觀此四題知勾股和較之比例與半較角餘弦正弦等而比其弦者即爲半直角正弦也

有勾有股弦較求兩角

法以勾爲一率股弦較爲二率半徑爲三率求得四率即股旁半角正切倍之爲股旁角以減九十度爲勾旁角

有勾有股弦和求兩角

法以勾爲一率股弦和爲二率半徑爲三率求得四率即股旁半角餘切如前加減得兩角

有兩角有股弦較求勾股弦

法以半徑爲一率股旁半角餘切爲二率股弦較爲

三率。求得四率卽勾。又以股旁半角正切爲一率。餘切爲二率。股弦較爲三率。求得四率卽股弦和。廼與股弦較相加折半爲弦。相減折半爲股。

有兩角有股弦和求勾股弦

法以半徑爲一率。股旁半角正切爲二率。股弦和爲三率。求得四率卽勾。又以股旁半角餘切爲一率。正切爲二率。股弦和爲三率。求得四率卽股弦較。如前加減得股弦。

觀此四題。知股弦和較之比例與股旁半角餘切正切等。而比其勾者卽半徑也。

有股有勾弦較求兩角

法以股爲一率。勾弦較爲二率。半徑爲三率。求得四率卽勾旁半角正切。倍之爲勾旁角。以減九十度爲股旁角。

有股有勾弦和求兩角

法以股爲一率。勾弦和爲二率。半徑爲三率。求得四率卽勾旁半角餘切。如前加減得兩角。

有兩角有勾弦較求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角餘切爲二率。勾弦較爲三率。求得四率卽股。又以勾旁半角正切爲一率。餘切爲二率。勾弦較爲三率。求得四率卽勾弦和。迺與

勾弦較相加折半爲弦。相減折半爲勾。

有兩角有勾弦和求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角正切爲二率。勾弦和爲三率。求得四率卽股。又以勾旁半角餘切爲一率正切爲二率。勾弦和爲三率求得四率卽勾弦較。加前加減得勾弦

謹按此四題。知勾弦和較之比例。與勾旁半角餘切正切等。而比其股者卽半徑也。

有勾弦較有股弦較求兩角

法以勾弦較爲一率。股弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數加半徑爲勾旁半角餘

切。或以股弦較爲一率。勾弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數加半徑爲股旁半角餘切。各倍之爲兩角。

有勾弦和有股弦和求兩角

法以勾弦和爲一率。股弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲勾旁半角正切。或以股弦和爲一率。勾弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲股旁半角正切。各倍之爲兩角。

有勾弦和有股弦較求兩角

法以勾弦和爲一率。股弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲勾旁半角正切。或以股弦較爲一率。勾弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲股旁半角餘切。各倍之爲兩角。

有勾弦較有股弦和求兩角

法以勾弦較爲一率。股弦和倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲勾旁半角餘切。或以股弦和爲一率。勾弦較倍之爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑爲股旁半角

正切。各倍之爲兩角。

有勾股較有弦和較求兩角

法以勾股較爲一率。弦和較倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股較爲一率。弦和較倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相加爲半較角餘割。既得半較角。迺與半直角相加減得兩角。

有勾股較有弦和和求兩角

法以勾股較爲一率。弦和和倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股較爲一率。弦和

和倍之爲二一率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相減爲半較角餘割。既得半較角。廼與半直角相加減得兩角。

有勾股和有弦較較求兩角

法以勾股和爲一率。弦較較倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股和爲一率。弦較較倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相減爲半較角正割。既得半較角。廼與半直角相加減得兩角。

有勾股和有弦較和求兩角

法以勾股和爲一率。弦較和倍之爲二率。半直角正弦爲三率。求得四率爲較。又以勾股和爲一率。弦較和倍之爲二率。半徑爲三率。求得四率自乘。轉加半徑自乘之倍。開方得數與較相減爲半較角正割。既得半較角。迺與半直角和加減得兩角。

有兩角有弦和較求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角餘切爲二率。弦和較爲三率。求得四率爲弦較較。迺與弦和較相加折半爲勾。相減折半爲股弦較。又以半徑爲一率。股旁半角餘切爲二率。弦和較爲三率。求得四率爲弦較和。迺

與弦和較相加折半爲股。相減折半爲勾弦較。併勾弦較。股弦較。以加弦和較爲弦。

有兩角有弦和和求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角正切爲二率。弦和和爲三率。求得四率爲弦較和。迺與弦和和相減折半爲勾。相加折半爲股弦和。又以半徑爲一率。股旁半角正切爲二率。弦和和爲三率。求得四率爲弦較較。迺與弦和和相減折半爲股。相加折半爲勾弦和。併勾弦和股弦和。以減弦和和爲弦。

有兩角有弦較較求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角正切爲二率。弦較較爲三率。求得四率爲弦和較。廼與弦較較相加折半爲勾。相減折半爲股弦較。又以半徑爲一率。股旁半角餘切爲二率。弦較較爲三率。求得四率爲弦和和。廼與弦較較相減折半爲股。相加折半爲勾弦和。併勾弦和股弦較。以減弦較較爲弦。

有兩角有弦較和求勾股弦

法以半徑爲一率。勾旁半角餘切爲二率。弦較和爲三率。求得四率爲弦和和。廼與弦較和相減折半爲勾。相加折半爲股弦和。又以半徑爲一率。股旁半角

正切為二率。弦較和為三率。求得四率為弦和較。題與弦較和相加折半為股。相減折半為勾弦較。併勾弦較股弦和。以減弦較和為弦。

有勾弦較有弦較較求兩角

法以四因勾弦較為一率。四因弦較較。加勾弦較為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數加半徑之半。為勾旁半角餘切。

有勾弦較有弦和和求兩角

法以四因勾弦較為一率。四因弦和和。加勾弦較為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數減半徑

之半。為勾旁半角餘切

有勾弦和有弦較和求兩角

法以四因勾弦和為一率。四因弦較和。加勾弦和為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數減半徑之半。為勾旁半角正切。

有勾弦和有弦和較求兩角

法以四因勾弦和為一率。四因弦和較減勾弦和為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數加半徑之半。為勾旁半角正切

有股弦較有弦較和求兩角

法以四因股弦較為一率。四因弦較和。加股弦較為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數加半徑之半。為股旁半角切餘。

有股弦較有弦和和求兩角

法以四因股弦較為一率。四因弦和和。加股弦較為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數減半徑之半。為股旁半角餘切。

有股弦和有弦較較求兩角

法以四因股弦和為一率。四因弦較較。加股弦和為二率。半徑自乘為三率。求得四率。開方得數減半徑

之半。爲股旁半角正切。

有股弦和有弦和較求兩角

法以四因股弦和爲一率。四因弦和較。減股弦和爲二率。半徑自乘爲三率。求得四率。開方得數減半徑之半爲股旁半角正切。

平三角和較術

三角形

有一角有對角邊有夾角兩邊較求餘兩角

法以對角邊爲一率。兩邊較爲二率。半角餘弦（即半和角之正弦）爲三率。求得四率。即半較角正弦。迺以半較角與半角餘度（即半和角）相加減。得餘兩角。

若先求邊。則以半徑爲一率。半角餘切爲二率。兩邊較爲三率。求得四率爲勾。半徑爲一率。半角餘割爲二率。對邊爲三率。求得四率爲弦。用勾弦求股法。求得股。即兩邊和。迺與兩邊較相加減。各折半。得兩邊。

有一角有對角邊有夾角兩邊和求餘兩角

法以對角邊為一率。兩邊和為二率。半角正弦卽半和角之餘弦。為三率。求得四率。卽半較角餘弦。廼以半較角與半角餘度相加減。得餘兩角。

若先求邊。則以半徑為一率。半角正切為二率。兩邊和為三率。求得四率為股。半徑為一率。半角正割為二率。對邊為三率。求得四率為弦。用股弦求勾法。求得勾。卽兩邊較。迺與兩邊和相加減。各折半。得兩邊。

有一角有角旁邊有對邊與餘邊較求旁一角

法以兩邊較。與角旁邊相加為一率。相減為二率。半

角正切為三率。求得四率。即對餘邊之半角正切。此題須審兩邊較。為對邊大於餘邊之較。三四率用正切。為對邊小於餘邊之較。三四率應用餘切。

若先求邊。則以角餘弦乘兩邊較。半徑除之。與角旁邊相加為一率。角餘弦乘角旁邊。半徑除之。與兩邊較相加為二率。角旁邊為三率。求得四率。即兩邊和。廼與兩邊較相加減。各折半得兩邊。兩邊較。對邊大者。一二率各用加法。對邊小者。一二率應各用減法。

有一角有角旁邊有對邊與餘邊和求旁一角

法以兩邊和。與角旁邊相加為一率。相減為二率。半角餘切為三率。求得四率。即對餘邊之半角正切。

若先求邊。則以角餘弦乘兩邊和。半徑除之。與角旁邊相減爲一率。角餘弦乘角旁邊。半徑除之。與兩邊和相減爲二率。角旁邊爲三率。求得四率。卽兩邊較。迺與兩邊和相加減。各折半得兩邊。

有一角有對邊與餘兩邊之兩較求兩角

法以兩較邊相加爲一率。相減爲二率。此知角爲大角或小角也若中角。則相減爲一率。相加爲二率。半角餘切爲三率。求得四率。爲借角正切。又以半徑爲一率。半角正弦倍之爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度正弦。減借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有對邊與餘兩邊之兩和求兩角

法以兩和邊相加爲一率。相減爲二率。半角餘切爲三率。求得四率。爲借角正切又以半徑爲一率。半角正弦倍之爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度正弦。加借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有對邊與餘兩邊之一和一較求兩角

此題對邊所和之邊大。所較之邊小。

法以一和邊一較邊相加爲一率。相減爲二率（此知角爲大角。或中角也。若小角。則相減爲一率。相加爲二率。）半角正切爲三率。求得四

率爲借角正切。又以半徑爲一率。半角餘弦倍之爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度餘弦。減借角得半較角。迺以半較角。與半角餘度相加減。得兩角。

有一角有對邊與餘兩邊之一較一和求兩角

此題對邊所較之邊大。所和之邊小。

法以一較邊一和邊。相減爲一率。相加爲二率。此知角爲中角。或小角也。若大角。則相加爲一率。相減爲二率。半角正切爲三率。求得四率。爲借角正切。又以半徑爲一率。半角餘弦倍之爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。爲加減度餘弦。加

借角得半較角、迺以半較角。與半角餘度相加減、得兩角、

有一角有夾角兩邊較有對邊與夾角兩邊和之較求兩角

法以對邊與兩邊和之較、為一率。兩邊較為二率。半角餘切為三率、求得四率、為借角正切。又以半徑為一率、半角正弦為二率。借角正弦為三率。求得四率。為加減度正弦。減借角得半較角。迺以半較角。與半角餘度相加減、得兩角。

有一角有夾角兩邊較有對邊與夾角兩邊和

之和求兩角

法以對邊與兩邊和之和為一率。兩邊較為二率。半角餘切為三率。求得四率為借角正切。又以半徑為一率。半角正弦為二率。借角正弦為三率。求得四率。為加減度正弦。加借角得半較角。迺以半較角與半角餘度相加減。得兩角

有一角有夾角兩邊和有對邊與夾角兩邊較

之和求兩角

法以對邊與兩邊較之和為一率。兩邊和為二率。半角正切為三率。求得四率為借角正切。又以半徑為

一率。半角餘弦爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。
爲加減度餘弦。減借角得半較角。迺以半較角與半
角餘度相加減。得兩角。

有一角有夾角兩邊和有對邊與夾角兩邊較
之較求兩角

法以對邊與兩邊較之較爲一率。兩邊和爲二率。半
角正切爲三率。求得四率爲借角正切。又以半徑爲
一率。半角餘弦爲二率。借角正弦爲三率。求得四率。
爲加減度餘弦。加借角得半較角。迺以半較角與半
角餘度相加減。得兩角。

有一角有夾角兩邊和與對邊較有夾角兩邊較與對邊較求旁一角

法以較之較爲一率。和之較爲二率。半角正切爲三率。求得四率。卽旁半角正切。知大角。得角爲中角。知中角。得角爲大角。知小角。得角爲中角。

有一角有夾角兩邊和與對邊較有夾角兩邊較與對邊和求旁一角

法以較之和爲一率。和之較爲二率。半角正切爲三率。求得四率。卽旁半角正切。知大角。得角爲小角。知中角。得角爲小角。知小角。得角爲中角。

有一角有夾角兩邊較與對邊較有夾角兩邊
和與對邊和求旁一角
法以較。之較為一率。和之和為二率。半角正切為三
率。求得四率。即旁半角正切。知大角。得角為小角。知中角。得角為小角。知小角。得角為中角。

有一角有夾角兩邊較與對邊和有夾角兩邊
和與對邊和求旁一角
法以較之和為一率。和之和為二率。半角正切為三
率。求得四率。即旁半角餘切。知大角。得角為中角。知中角。得角為大角。知小角。得角為大角。

附和較邊加減法

第五題至第八題。四術中。前次比例之一二率加減先後。因角而殊。不無糅雜。惟辨明加減所得為何數。始知糅雜中自有定率。不至誤於所施。

大角之兩較。為大中邊較。大小邊較。此兩數。相減即中小邊較。相加即中小邊和。減二大邊。

中角之兩較。為大中邊較。中小邊較、此兩數。相加即大小邊較、相減即大小邊和。減二中邊。

小角之兩較。為大小邊較、中小邊較。此兩數。相減即大中邊較。相加即大中邊和。減二小邊、

大角之兩和。為大中邊和。大小邊和。此兩數。相減即
中小邊較。相加即中小邊和。加二大邊。
中角之兩和。為大中邊和。中小邊和。此兩數。相減即
大小邊較。和加即大小邊和。加二中邊。
小角之兩和。為大小邊和。中小邊和。此兩數。相減即
大中邊較。相加即大中邊和。加二小邊。
大角之一和一較。為大中邊和。大小邊較。此兩數。相
減即中小邊和。相加即中小邊較。加二大邊
中角之一和一較。為大中邊和。中小邊較。此兩數。相
減即大小邊和。相加即大小邊較。加二中邊。

小角之一和一較。為大小邊和。中小邊較。此兩數。相加即大中邊和。相減即大中邊較。加二小邊。此兩數相減即中小邊和。相加即中小邊較。減二大邊。大角之一較一和。為大中邊較。大小邊和。此兩數。相加即大小邊和。相減即大小邊較。減二中邊。中角之一較一和。為大中邊較。中小邊和。此兩數。相減即中小邊和。相加即中小邊較。減二大邊。小角之一較一和。為大小邊較。中小邊和。此兩數。相加即大中邊和。相減即大中邊較。減二小邊。

第九題以下。以和較邊。復與餘邊相和較。是為和較相疊數。約三邊計之。應有十二件。以邊之大中

小而分也。而要其數。衹只四件。每一數可三其名。有異名。實無異數。今就數之大小斟定之。
中邊小邊相和。而與大邊較。
大邊小邊相較。而與中邊較。
大邊中邊相較。而與小邊較。
此三件之數相等。是爲疊和較最小數。
中邊小邊相較。而與大邊較。
大邊小邊相和。而與中邊較。
大邊中邊相較。而與小邊和。
此三件之數相等。是爲疊和較次小數。

中邊小邊相較。而與大邊和。

大邊小邊相較。而與中邊和。

大邊中邊相和。而與小邊較。

此三件之數相等。是為疊和較次大數。

中邊小邊相和。而與大邊和。

大邊小邊相和。而與中邊和。

大邊中邊相和。而與小邊和。

此三件之數相等。有和無較。是為總和最大數。

附和較角加減法

角之和較。合三角計之。較角三。和角三。疊和較角

四。共十件。此十件除總和角。餘九件中。如兩件即
可加減得三角。再除三較角。餘六件中知一件亦
可加減得一角。故題中角不用和較。且只用一角。
餘二件皆邊也。若止知一較角。不能加減得全角。
配以和較邊。亦可命題。而必藉開方。未得簡易法。
茲故不具。但明和較角加減如左。

有兩角和。　法以兩角和與半周相減。得餘一角、

有最小疊和較角。　法以最小疊和較角與半周相
減折半得大角。相加折半得中小角和。

有次小疊和較角。　法以次小疊和較角與半周相

減折半得中角。相加折半得大小角和。

有次大疊和較角、法以次大疊和較角。與半周相減折半得小角。相加折半得大中角和。

以上知一件加減可得一全角也。

有大中角較。有大小角較。法以兩較相加。轉加半周。三除之。得大角以大角與大中角較相減。得中角。與大小角較相減。得小角。

有大中角較。有中小角較。法以兩較相減。轉加半周。此大中角較小於中小角較也。若大於中小角較。應以兩較相減轉減半周、三除之。得中角。以中角與大中角較相加。得大角。與中小角較

相減。得小角。

有大小角較。有中小角較。法以兩較相加。轉減半周三除之。得小角。以小角與大小角較相加。得大角。與中小角較相加。得中角。

有大中角和。有大小角和。法以兩和相加。轉減半周。得大角。以大角與大中角和相減。得中角。與大小角和相減。得小角。

有大中角和。有中小角和。法以兩和相加。轉減半周。得中角。以中角與大中角和相減。得大角。與中小角和相減。得小角。

有大小角和。有中小角和。　法以兩和相加。轉減半
周得小角。以小角與大小角和相減。得大角。與中小
角和相減。得中角。
有大中角和。有大小角較。　法以一和一較相減。轉
減半周。得大角以大角與大中角和相減。得中角。與
大小角較相減。得小角。
有大中角和。有中小角較。　法以一和一較相減。轉
減半周。得中角。以中角與大中角和相減。得大角與
中小角較相減。得小角。
有大小角和。有中小角較。　法以一和一較相加。轉

減半周。得小角。以小角與大小角和相減。得大角。與中小角較相加。得中角。

有大中角較。有大小角和。　法以一較一和相減。轉減半周。得大角。以大角與大中角較相減。得中角。與大小角和相減。得小角。

有大中角較。有中小角和。　法以一較一和相加。轉減半周。得中角。以中角與大中角較相加。得大角。與中小角和相減。得小角。

有大小角較。有中小角和。　法以一較一和相加。轉減半周。得小角。以小角與大小角較相加。得大角。與

中小角和相減。得中角。

有大中角較，或大小角較亦同法。

有最小疊和較角。

法以大中角較。加最小疊和較角。得小角。若加大小角較。則得中角。轉減半周。得大中角和。在大小角較。得大小角和。和較相加減。各折半。得大角中角，在大小角較。得大角小角。此題不用中小角較者，以前知一件，備中。最小疊和較角加減半周。折半已得大角。及中小角和。令又知中小角較和較加減折半。即得中角。小角。不煩另列。

有大中角和。或大小角和亦同法。

有最小疊和較角。

法以大中角和減半周得小角在大小角和。得中角。轉減最小疊和較角。得大中角較。在大小角和。得大小角較。和較相加減。各折半。得大角中角。在大小角和。得大角小角，此題不用中小角和者，以前知一件備中，最小疊和較角

加半周。折半本可得中小角和。是此件同不待知。知兩件無異知一件也。

有中小角較。或大中角較。亦同法。有次小疊和較角。法以中小角較。加次小疊和較角。在大中角較。則應減。得大角。在大中角較。得小角。轉減半周。得中小角和。在大中角較。得大中角和。和較相加減。各折半得中角小角。在大中角較。得大角中角。此題不用大小角較者。以前知一件術中。次小疊和較角。加減半周。折半已得中角及大小角和。今又知大小角較。和較加減折半。即得大角小角。不煩另列。

有中小角和。或大中角和。亦同法。有次小疊和較角。法以中小角和。減半周。得大角。在大中角和。得小角。轉減次小疊和較角。得中小角較。在大中角和。得大中角較。和較相加減。各折半。得

中角小角。在大中角和。得大角中角。此題不用大小角和者。以前知一件術中。次小疊和較角。加半周。折半本可得大小角和。是此件固不待知。知兩件無異知一件也。有大小角較。或中小角較。亦同法。有次大疊和較角。法以大小角較。減次大疊和較角。得中角。在中小角較。得大角轉減半周。得大小角和。在中小角較。得中小角和。和較相加減。各折半。得大角小角。在中小角較。得中角小角。此題不用大中角較者。以前知一件術中。次大疊和較角。加減半周。已得小角。及大中角和。今又知大中角較。和較加減折半。即得大角中角。不煩另列。有大小角和。或中小角和。亦同法。有次大疊和較角。法以大小角和。減半周得中角。在中小角和。得大角。轉減次大疊和較角。得大小角較。在中小角和。得中小角較。和較相加減。各折半。得

大角小角。在中小角和得中角小角。此題不用大中角和者。以前知一件術中次大疊和較角加半周折半本可得大中角和。是此件固不得知。知兩件無異知一件也。

有最小疊和較角。有次小疊和較角。

法以最小疊和較角。減半周折半。得大角。以次小疊和較角減半周折半。得中角。以最小疊和較角與次小疊和較角相加。折半得小角。

有最小疊和較角。有次大疊和較角。

法以最小疊和較角減半周折半。得大角。以次大疊和較角減半周折半。得小角。以最小疊和較角與次大疊和較角相加。折半得中角。

有次小壘和較角。有次大壘和較角。　法以次小壘和較角。減半周折半得中角。以次大壘和較角。減半周折半。得小角。以次小壘和較角。與次大壘和較角相加。折半得大角。

以上知兩件。加減可得三角也

弧三角和較術　

正弧三角

有一鋭角有夾角兩邊較弧求夾角兩弧

法以半角正切爲一率。半角餘切爲二率。較弧正弦爲三率。求得四率。卽和弧正弦。

一以求得弧。爲和弧。

一以求得弧。減半周爲和弧。

一以求得弧。加半周爲和弧。

一以求得弧。減全周爲和弧。

俱以和弧與較弧相加減折半爲夾角大小弧

以半和弧與半較弧相減為對角弧。相加為對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之和弧求兩弧

法以半餘角餘切為一率。半餘角正切為二率。半和弧正切為三率。求得四率即半較弧正切

以半較弧與半和弧相減為對角弧相加為對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之較弧求兩弧

有一鈍角有夾角兩邊和弧求夾角兩弧

法以半角餘切爲一率半角正切爲二率和弧正弦爲三率求得四率卽較弧正弦

一以求得弧爲較弧

一以求得弧減半周爲較弧

俱以較弧與和弧相加減爲夾角大小弧

有一鈍角有對角邊與對正角邊之較弧求兩弧

法以半餘角正切爲一率半餘角餘切爲二率半較弧正切爲三率求得四率卽半和弧正切

以半和弧與半較弧相減爲對角弧。相加爲對正角弧。

有一鋭角有對角邊與對正角邊之和弧求兩弧

法以半餘角餘切爲一率。半餘角正切爲二率。半和弧正切爲三率求得四率即半較弧正切以半較弧與半和弧相減爲對角弧。相加爲對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之較弧求兩弧

法以半餘角正切爲一率。半餘角餘切爲二率。半較弧正切爲三率。求得四率。卽半和弧正切。以求得弧減半周爲半和弧。與半較弧相加爲對角弧。相減爲對正角弧。

有一鈍角有對角邊與對正角邊之和弧求兩弧

法以半餘角餘切爲一率。半餘角正切爲二率。半和弧正切爲三率。求得四率。卽半較弧正切。以半較弧與半和弧相加爲對角弧。相減爲對正角弧。

有一不對正角弧（在象限內）有餘兩弧較求兩弧

法以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。半較弧正切爲三率。求得四率。即半和弧餘切

一以求得弧爲半和弧。與半較弧相加爲對正角弧。相減爲不對正角弧。

一以求得弧減半周爲半和弧。與半較弧相減爲對正角弧。相加爲不對正角弧。

有一不對正角弧（在象限內）有餘兩弧和求兩弧

法以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。半和弧餘切爲三率。求得四率。即半較弧正切。

半和弧在象限內用本度餘切。得半較弧與之相加爲對正角弧。相減爲不對正角弧。
半和弧在象限外用外度餘切。得半較弧與之相減爲對正角弧。相加爲不對正角弧。
又不對正角弧在象限外者。其和較比例及得度後加減術。均與在象限內者等。故不另列。
有對正角弧有餘兩角較求兩角
法以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。較角餘弦爲三率。求得四率。即和角餘弦。
一以求得度減半周爲和角。

一以求得度加半周爲和角。

和角與較角相加折半爲大角。相減折半爲小角。

有對正角弧有餘兩角和求兩角

法以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。和角餘弦爲三率。求得四率。即較角餘弦。

較角與和角相加折半爲大角。相減折半爲小角。

又對正角弧過象限與不過象限均同一術。不煩分列。

有正角旁弧有餘兩角較求兩角

法視對角大。旁角小。則以半弧正切爲一率。半弧餘

切爲二率。較角半餘度餘切爲三率。以半較角減半象限爲半餘度、下同。求得四率。即和角半餘度餘切。以半餘度加半象限爲半和角。下同。半和角與半較角相加。爲對角相減爲旁角。又視對角小。旁角大。則以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。較角半餘度正切爲三率。求得四率。即和角半餘度餘切。

半和角與半較角相減。爲對角。相加爲旁角。

有正角旁弧有餘兩角和求兩角

法視對角大。旁角小。以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。和角半餘度餘切爲三率。半和角內減半象限爲半餘度。下同。

求得四率。即較角半餘度餘切。以半餘度減半象限。爲半較角。下同。
半較角與半和角相加。爲對角。相減爲旁角。
又視對角小。旁角大。以半弧餘切爲一率。半弧正切
爲二率。和角半餘度餘切爲三率。求得四率。即較角
半餘度正切。
半較角與半和角相減。爲對角。相加爲旁角。
有兩角較有對角兩弧較求兩弧
法以半徑爲一率。半較角餘切爲二率。半較弧正弦
爲三率。求得四率。即半和弧正弦。
一以所得度爲半和弧

一以所得度。減半周爲半和弧。

半和弧與半較弧相加。爲大弧。相減爲小弧。

有兩角較有對角兩弧和求兩弧

法以半徑爲一率。半較角正切爲二率。半和弧正弦爲三率。求得四率。即半較弧正弦。

一以所得度爲半較弧。

半較弧與半和弧相加。爲大弧。相減爲小弧。

有兩角和有對角兩弧較求兩弧

法以半徑爲一率。半和角餘切爲二率。和角若過半周減全周半之。爲半和角。半較弧餘弦爲三率。求得四率。即半和弧餘

弦。

視和角在半周內。以所得度爲半和弧。和角在半

周外。以所得度減半周。爲半和弧。

半和弧與半較弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有兩角和有對角兩弧和求兩弧

法以半徑爲一率。半和角正切爲二率。半和弧餘弦

爲三率。求得四率。即半較弧餘弦。

一以所得度爲半較弧。

半較弧與半和弧相加。爲大弧。相減爲小弧。

附約法

以上諸術。用四率相當比例。其一二率。所用二線。恒同在一度。若約之。可易為三率連比例。既省檢一線。且推廣切割之用。因以見諸率之比例因變動不居也。備列術於後。至得度加減。均與前同。茲不復贅。

有一角有夾角兩弧較求和弧

法以較弧正弦為首率。半角正切為中率。求得末率。即和弧餘割。

有一角有夾角兩弧和求較弧

法以和弧正弦為首率。半角餘切為中率。求得末率。

即較弧餘割。

有一角有對角弧及對正角弧較求和弧。

法以半較弧正切為首率半餘角正切為中率求得末率。即半和弧餘切。

有一角有對角弧及對正角弧和求較弧。

法以半和弧正切為首率。半餘角餘切為中率。求得末率。即半較弧餘切。

有不對正角弧有餘兩弧較求和弧

法以半較弧正切為首率。半弧正切為中率求得末率。即半和弧正切。

有不對正角弧有餘兩弧和求較弧

法以半和弧餘切爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。即半較弧餘切。

有對正角弧有兩角較求和角

法以較角正割爲首率。半弧正切爲中率。求得末率。即和角餘弦。

有對正角弧有兩角和求較角

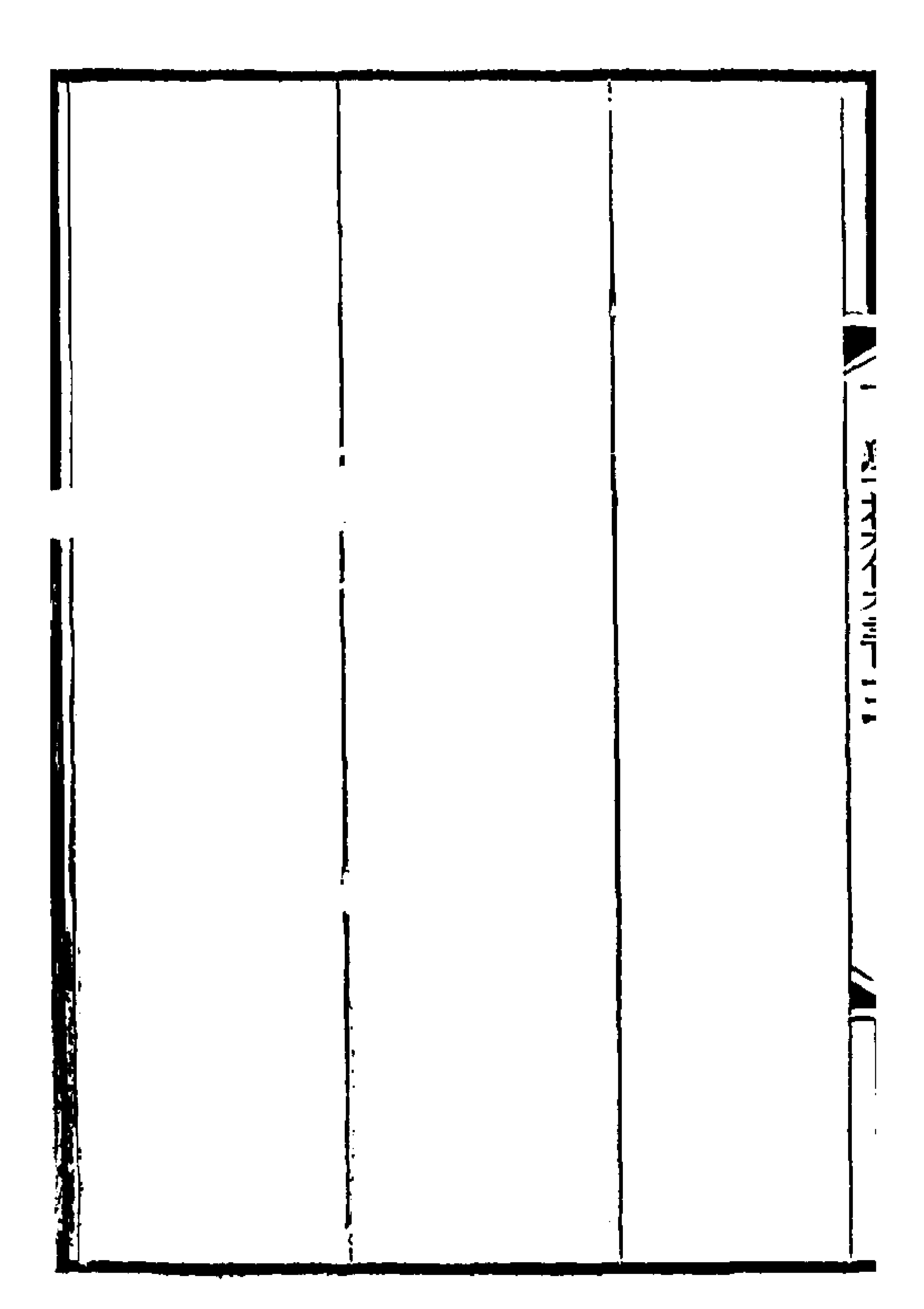
法以和角正割爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。即較角餘弦。

有不對正角弧有兩角較求和角

法以較角半餘度正切爲首率半弧正切爲中率求
得末率。卽和角半餘度正切。
此比例對弧角小。弧旁角大。
法以較角半餘度餘切爲首率半弧正切爲中率。求
得末率。卽和角半餘度正切。
此比例對弧角大。弧旁角小
有不對正角弧有兩角和求較角
法以和角半餘度餘切爲首率。半弧餘切爲中率求
得末率。卽較角半餘度餘切。
此比例對弧角小。弧旁角大。

法以和角半餘度餘切爲首率。半弧餘切爲中率。求得末率。即較角半餘度正切。

此比例對弧角大。弧旁角小。



弧三角和較術

斜弧三角

有兩角有對角兩邊較弧求兩弧

法以兩角相減折半。為半較角。相加折半。為半和角。迺以半較角正切為一率。半和角正切為二率。過象限用外度正切半較弧正切為三率。求得四率。即半和弧正切。視半和角過象限。求得度。減半周為半和弧。半和角不過象限。求得度。即半和弧。迺以半和弧與半較弧相加為大弧。相減為小弧。

有兩角有對角兩邊和弧求兩弧

法以兩角相加折半。為半和角。相減折半。為半較角。迺以半和角正切為一率。半較角正切為二率。半和弧正切為三率。求得四率。卽半較弧正切。以半較弧與半和弧相加為大弧。相減為小弧。

有兩弧有對弧兩角較角求兩角

法以兩弧相減折半。為半較弧。相加折半。為半和弧。迺以半較弧正切為一率。半和弧正切為二率（過象限用外度正切）。半較角正切為三率。求得四率。卽半和角正切。視半和弧過象限。求得度減半周為半和角。半和弧不過象限。求得度。卽半和角。迺以半和角與半

較角相加爲大角。相減爲小角。

有兩弧有對弧兩角和角求兩角

法以兩弧相加折半。爲半和弧。相減折半。爲半較弧。乃以半和弧正切爲一率。半較弧正切爲二率。半和角正切爲三率。求得四率。卽半較角正切。以半較角與半和角相加。爲大角。相減爲小角。

有一角有對角弧有夾角兩邊較弧求兩弧

法以半角正切爲一率。半角餘切爲二率。視較弧對弧。同居一象限。較弧與對弧。俱過象限。或俱不過象限。兩餘弦相減。分居兩象限。較弧與對弧。一過象限。一不過象限。爲分居兩象限。兩餘弦相

加為三率。求得四率。視對弧過象限。以餘弦相加。不過象限。以餘弦相減。為和弧餘弦。對弧過象限。或不過象限。而餘弦小於四率者。以求得餘弦度。一減半周為和弧。一加半周為和弧。若對弧不過象限。而餘弦大於四率者。以求得餘弦度。一即為和弧。一減全周為和弧。以和弧與較弧相加折半。為大弧。相減折半。為小弧。

有一角有對角弧有夾角兩邊和弧求兩弧

法以半角餘切為一率。半角正切為二率。視和弧對

弧。同居一象限。對弧不過象限和弧亦不過或過三象限者對弧過象限和弧亦過或過兩象限者皆爲同居一象限兩餘弦相減。分居兩象限。對弧不過象限和弧過象限或過兩象限爲分居兩象限兩餘弦相加爲三率。求得四率。視對弧不過象限。以餘弦相加。對弧過象限。以餘弦相減爲較弧餘弦。

對弧不過象限。或過象限。而餘弦小於四率者。求得餘弦度。即爲較弧。若對弧過象限。而餘弦大於四率者。求得餘弦度。減半周爲較弧。

以較弧與和弧相加折半。爲大弧。相減折半。爲小弧。

有一弧有對弧角有夾弧兩角較角求兩角

法以半弧餘切爲一率。半弧正切爲二率。視較角對角。鈍銳同名。兩餘弦相加。鈍銳異名。兩　弦相減。爲三率。求得四率。視對角銳以其餘弦相加。對角鈍以其餘弦相減。爲和角餘弦。

對角爲銳角。或鈍角。而其餘弦小於四率者。以求得餘弦度。一減半周爲和角。一加半周爲和角。若鈍角。而其餘弦大於四率者。以求得餘弦度。一　即爲和角。一減全周爲和角。

以和角與較角相加折半。爲大角。相減折半。爲小

角。

有一弧有對弧角有夾弧兩角和角求兩角

法以半弧正切爲一率。半弧餘切爲二率。視和角對角。鈍銳同名。和角若過三象限。亦與銳角爲同名。兩餘弦相加。鈍銳異名。兩餘弦相減。爲三率。求得四率。視對角鈍。以其餘弦相加。對角銳。以其餘弦相減。爲較角餘弦。對角爲鈍角。或銳角。而其餘弦小於四率者。求得餘弦度。即爲較角。若爲銳角。而其餘弦大於四率者。求得餘弦度。減半周爲較角。

以較角與和角相加折半。爲大角。相減折半。爲小

角。

有一弧有餘兩弧較有弧旁小角求弧旁大角

法以所知弧與較弧相減折半。為半較。相加折半。為半和。迺以半較正弦為一率。半和正弦為二率。半小角正切為三率。求得四率。即半大角正切。

若先知弧旁大角而求小角者。更率算之。

有一弧有餘兩弧和有弧旁小角求弧旁大角

法以所知弧與和弧相減折半。為半較。相加折半。為半和。迺以半和正弦為一率。半較正弦為二率。半小角正切為三率。求得四率、即半大角餘切。

若先知弧旁大角。而求小角者。更率算之。

有一角有餘兩角較有角旁小弧求角旁大弧法以所知角。與較角相加折半。爲半和相減折半爲半較。迺以半和餘弦爲一率。半較餘弦爲二率。半小弧正切爲三率。求得四率。即半大弧正切。

若先知角旁大弧。而求小弧者。更率算之。

有一角有餘兩角和有角旁小弧。求角旁大弧法以所知角。與和角相加折半。爲半和相減折半。爲半較。迺以半和餘弦爲一率。半較餘弦爲二率。半小弧正切爲三率。求得四率。即半大弧餘切。

若先知角旁大弧而求小弧者。更率算之。

有一弧有餘兩弧較有對較弧之兩角較求兩角

法以半弧餘切爲一率。半較弧餘切爲二率。半較角正弦爲三率。求得四率。即半和角正弦。

一以求得度爲半和角。一以求得度減半周爲半和角。

以半和角與半較角相加。爲大角。相減爲小角。

有一弧有餘兩弧和有對和弧之兩角較求兩角

法以半弧餘切爲一率。半和弧餘切爲二率。半較角餘弦爲三率。求得四率。卽半和角餘弦。

視半和弧不過象限。卽以求得度爲半和角。半和弧過象限。以求得度減半周。爲半和角。

以半和角與半較角相加爲大角。相減爲小角。

有一弧有餘兩弧較有對較弧之兩角和求兩角

法以半弧正切爲一率。半較弧正切爲二率。半和角正弦爲三率。求得四率。卽半較角正弦

以半較角。與半和角相加。爲大角。相減爲小角。

有一弧有餘兩弧和有對和弧之兩角和求兩角

法以半弧正切爲一率。半和弧正切。爲二率。半和角餘弦爲三率。求得四率。卽半較角餘弦。

以半較角。與半和角相加。爲大角。相減爲小角。

有一角有餘兩角較有對較角之兩弧較求兩弧

法以半角正切爲一率。半較角餘切爲二率。半較弧正弦爲三率。求得四率。卽半和弧正弦。

一以求得度。爲半和弧。一以求得度減半周。爲半

和弧

以半和弧與半較弧相加。為大弧。相減為小弧。

有一角有餘兩角和有對和角之兩弧較求兩弧

法以半角正切為一率。半和角餘切為二率。半較弧餘弦為三率。求得四率。即半和弧餘弦。視半和角為銳角。即以求得度為半和弧。半和角為鈍角。以求得度。減半周為半和弧。

以半和弧與半較弧相加為大弧。相減為小弧

有一角有餘兩角較有對較角之兩弧和求兩

弧

法以半角餘切爲一率。半較角正切爲二率。半和弧正弦爲三率。求得四率。卽半較弧正弦。

以半較弧。與半和弧相加爲大弧。相減爲小弧。

有一角有餘兩角和有對和角之兩弧和求兩弧

法以半角餘切爲一率。半和角正切爲二率。半和弧餘弦爲三率。求得四率。卽半較弧餘弦。

以半較弧。與半和弧。相加爲大弧。相減爲小弧

象數之學古疎而今密有髫年即好涉獵焉顧未能
究其淵微庚子冬從
梅侶項先生游　先生熟精中西術善能推廣發明
之而於同學中獨以有為可教每質疑問難諄諄然
指陳義蘊心扃為之一開檢　先生舊稿見有平三
角弧三角和較術圖解雖未成而術已畧備於是請
於先生曰是術古所未有而　先生秘不示人豈以
未成書故耶夫三角法自平而弧理至奧矣更益以
和較幾莫測其數之所存而乃比例詳明婉轉妙合
若是是不可以不公世也敢請撮集算例先鐫之為

別行本圖解俟後續成焉當無不可鐫既竣筆記其

大概於後

道光癸卯冬受業錢塘吉甫王大有算校謹識